

## პრაქტიკული მეცადინეა 11

### სააუდიტორო სამუშაო:

- ზოგადი ცნობები ორმაგი ჰეშირების შესახებ და ელემენტის ჩამატების ფსევდოკოდი
- ამოცანა 1 /ჰეშ-ცხრილში ელემენტების ჩასმა/ >>>
- ამოცანა 2 /ჰეშირება ჯაჭვებით/ >>>
- სავარჯიშოები >>>

### ზოგადი ცნობები ორმაგი ჰეშირების შესახებ და ჩამატების ფსევდოკოდი

ჩვენი ამოცანაა გასაღებები (უნიკალური ნატურალური რიცხვები) შევინახოთ ერთგანზომილებიან ცხრილში გასაღებების სიდიდის გათვალისწინებით. ცხრილის გადანომვრა იწყება ნულიდან. ცხრილი აღვნიშნოთ T-თი, ხოლო მისი მოცულობა (უჯრების რაოდენობა) m-ით.

ვიგულისხმობთ, რომ აქტიური გასაღებების რაოდენობა ყოველ მომენტში უფრო მცირეა, ვიდრე ცხრილის ზომა, ანუ ყოველთვის არის ღია მისამართები.

ღია მისამართების განსაზღვრისთვის ახლა გამოვიყენოთ ორმაგი ჰეშირება, როდესაც k გასაღების შენახვას i-ურ ცდაზე ვცდილობთ

$$H(k,i) = (h_1(k) + ih_2(k)) \% m$$

მისამართზე, სადაც  $h_1(k), h_2(k)$  ორი ჰეშ-ფუნქციაა, რომელთაგან მეორე აუცილებლად ნულისგან განსხვავებულ მნიშვნელობებს უნდა იძლეოდეს.

გაყოფიანი ჰეშ-ფუნქცია ითვლის მისამართებს შემდეგი ფორმულით:

$$h(k) = k \% m,$$

ხოლო გამრავლებიანი ჰეშ-ფუნქცია ითვლის ასეთი ფორმულით:

$$h(k) = \lfloor m \times ((kA) \bmod 1) \rfloor.$$

ხშირად იღებენ  $A \approx (\sqrt{5} - 1) / 2 = 0.6180339887$ . როდესაც ორმაგ ჰეშირებაში მეორე ჰეშ-ფუნქცია გაყოფით ითვლის მისამართებს, მაშინ იგი უნდა ავიღოთ ასეთი სახით:

$$h(k) = 1 + k \% [m - 1],$$

ამ დროს ჰეშ-მნიშვნელობები არის  $\{1, 2, \dots, m - 1\}$  დიაპაზონში. ანალოგიურად, იგივე დიაპაზონში რომ მიიღოს მნიშვნელობები ჰეშ-ფუნქციამ, რომელიც გამრავლებას იყენებს, უნდა გამოვიყენოთ ფორმულა:

$$h(k) = 1 + \lfloor (m - 1) \times ((kA) \bmod 1) \rfloor.$$

ელემენტის ჩამატების ალგორითმი, ცხადია, იგივეა რაც წინა მეცადინეობაზე:

```
int insert(int k)
{
    for(int i=0; i<m; i++)
    {
        int j = H(k,i);
        if( T[j]<=0)
        {
            T[j] = k;
            size++;
            return j;
        }
    }
    cout << "Hash Table Overflow!" << endl;
    return m;
}
```

}

**ამოცანა 1:** თავდაპირველად ცარიელ 11-ელემენტის ჰეშ ცხრილში, ორმაგი ჰეშირებით განსაზღვრეთ ღია მისამართები და ჩამატეთ გასაღებები 10, 22, 31, 4, 15, 28, 17, 88, 59. პირველი ჰეშ-ფუნქცია ავიღოთ გამრავლების მეთოდით, მეორე ჰეშ ფუნქცია კი გაყოფის მეთოდით.

**ამოხსნა:** ვნახოთ ჰეშ-ფუნქციების მნიშვნელობები ამ გასაღებებზე  $m=11$  -სთვის.

k	$\left\lfloor 11 \cdot \left( \left( \frac{\sqrt{5}-1}{2} k \right) \bmod 1 \right) \right\rfloor$	$1+k\%10$
10	1	1
22	6	3
31	1	2
4	5	5
15	2	6
28	3	9
17	5	8
88	4	9
59	5	10

ვისარგებლოთ ფორმულით:

$$H(k, i) = (h_1(k) + i h_2(k)) \% m$$

ჩავამატოთ  $k=10$ :

$i = 0, j = H(10, 0) = (h_1(10) + 0 \cdot h_2(10)) \% 11 = 1$ , ეს მისამართი ღიაა და გასაღები ჩაჯდება ინდექსით 1 და ეს ინდექსი დაბრუნდება:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0

ჩავამატოთ  $k=22$ :

$i = 0, j = H(22, 0) = (h_1(22) + 0 \cdot h_2(22)) \% 11 = h_1(22) = 6$ , მისამართი ღიაა, დაბრუნდება 6:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	10	0	0	0	0	22	0	0	0	0

ჩავამატოთ  $k=31$ :

$i = 0, j = H(31, 0) = (h_1(31) + 0 \cdot h_2(31)) \% 11 = h_1(31) = 1$ , ეს მისამართი დაკავებულია,

$i = 1, j = H(31, 1) = (h_1(31) + h_1(31)) \% 11 = (1 + 2) \% 11 = 3$ , მისამართი ღიაა, დაბრუნდება 3:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	10	0	31	0	0	22	0	0	0	0

ჩავამატოთ  $k=4$ :

$i = 0, j = H(4, 0) = (h_1(4) + 0 \cdot h_2(4)) \% 11 = 5$ , მისამართი ღიაა. დაბრუნდება 5:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	10	0	31	0	4	22	0	0	0	0

ჩავამატოთ  $k=15$ :

$i = 0, j = H(15, 0) = (h_1(15) + 0 \cdot h_2(15)) \% 11 = 2$ , ეს მისამართი ღიაა, დაბრუნდება 2:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	10	15	31	0	4	22	0	0	0	0

insert(28):

$i = 0, j = H(28,0) = (h_1(28) + 0 \cdot h_2(28)) \% 11 = 3$ , ეს მისამართი დაკავებულია;

$i = 1, j = H(28,1) = (h_1(28) + 1 \cdot h_2(28)) \% 11 = (3 + 9) \% 11 = 1$ , ეს მისამართიც დაკავებულია;

$i = 2, j = H(28,2) = (h_1(28) + 2 \cdot h_2(28)) \% 11 = (3 + 18) \% 11 = 10$ , return 10;

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	10	15	31	0	4	22	0	0	0	28

insert(17):

$i = 0, j = H(17,0) = (h_1(17) + 0 \cdot h_2(17)) \% 11 = 5$ , ეს მისამართი დაკავებულია;

$i = 1, j = H(17,1) = (h_1(17) + 1 \cdot h_2(17)) \% 11 = (5 + 8) \% 11 = 2$ , ეს მისამართიც დაკავებულია;

$i = 2, j = H(17,2) = (h_1(17) + 2 \cdot h_2(17)) \% 11 = (5 + 16) \% 11 = 10$ , ეს მისამართიც დაკავებულია;

$i = 3, j = H(17,3) = (h_1(17) + 3 \cdot h_2(17)) \% 11 = (5 + 24) \% 11 = 7$ ; return 7;

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	10	15	31	0	4	22	17	0	0	28

insert(88):

$i = 0, j = H(88,0) = (h_1(88) + 0 \cdot h_2(88)) \% 11 = 4$ , return 4;

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	10	15	31	88	4	22	17	0	0	28

insert(59):

$i = 0, j = H(59,0) = (h_1(59) + 0 \cdot h_2(59)) \% 11 = 5$ , ეს მისამართი დაკავებულია;

$i = 1, j = H(59,1) = (h_1(59) + h_2(59)) \% 11 = (5 + 10) \% 11 = 4$ ,

$i = 2, j = H(59,2) = (h_1(59) + 2h_2(59)) \% 11 = (5 + 20) \% 11 = 3$ ,

$i = 3, j = H(59,3) = (h_1(59) + 3h_2(59)) \% 11 = (5 + 30) \% 11 = 2$ ,

$i = 4, j = H(59,4) = (h_1(59) + 4 \cdot h_2(59)) \% 11 = (5 + 40) \% 11 = 1$ ,

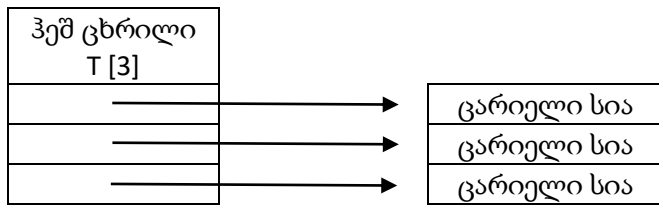
და ბოლოს. როცა  $i = 5, j = H(59,5) = 0$  return 0;

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
59	10	15	31	88	4	22	17	0	0	28

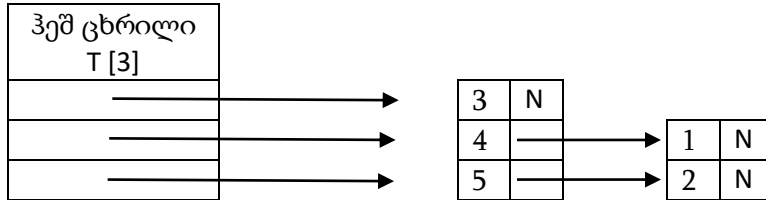
**=== ამოცანა 2 /ჰეშირება ჯაჭვებით/:** გრაფიკულად წარმოვიდგინოთ ჰეშ-ცხრილის შექმნა ჯაჭვებით (სიებით, გადაბმით) ჰეშირებით, თუ ცხრილის მოცულობაა  $m=3$  და ჰეშ ფუნქციას ვიღებთ გაყოფის მეთოდით;

- ჰეშ-ცხრილი 1, 2, 3, 4, 5 გასაღებების ჩასმის შემდეგ;
- ჰეშ-ცხრილი 4-ის წაშლის და 100, 22, 33 გასაღებების ჩასმის შემდეგ;

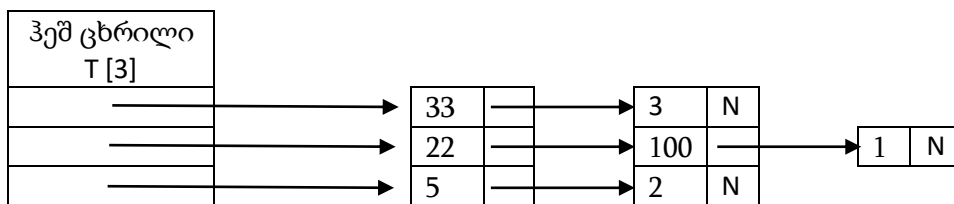
**ამოხსნა.** ჰეშ-ცხრილის ობიექტის შექმნისას, ცხრილის უჯრებში ჩაიწერება ცარიელი სიების მისამართები:



ჰემ-ცხრილი 1, 2, 3, 4, 5 გასაღებების ჩასმის შემდეგ:



ჰემ-ცხრილი 4-ის წაშლის და 100, 22, 33 გასაღებების ჩასმის შემდეგ:



### <<< სავარჯიშო

1. ამოხსენით ამოცანა 1, ოღონდ ჰემ-ფუნქციები გადაანაცვლეთ.

(მითითება: მიყვებით ძებნის და წაშლის ალგორითმის ფსევდოკოდების სტრიქონებს :

```

int search(int k)
{
    int i = 0;
    while( true)
    {
        int j = H(k,i);
        if( T[j] == k)
            return j;
        if(T[j] == 0 || i == m)
            return m;
        i++;
    }
}

void erase(int k)
{
    int j = search(k);
    if( j != m )
    {
        T[j] = -1;
        size--;
    }
}

```

2. ამოცანა 1-ის ჰემ-ცხრილში წაშალოთ ელემენტი 15, მერე წაშალოთ 59.
3. თავდაპირველად ცარიელ 13-ელემენტთან ჰემ ცხრილში ჩაამატეთ გასაღებები 10, 22, 31, 4, 15, 28, 17, 88, 59 77 და 40, ღია მისამართები განსაზღვრეთ ორმაგი ჰემირებით.
4. წინა სავარჯიშოში აგებულ ცხრილში, წაშალოთ ელემენტი 15, შემდეგ 59.
5. განვახორციელოთ ჰემირება ჯაჭვებით, ცხრილის მოცულობაა m=3, ჰემ ფუნქცია ავიღოთ გამრავლების მეთოდით. ჩავსვათ ცხრილში ელემენტები: 10, 22, 31, 4, 15, 28, 17, 88, 59 77 და 40, შემდეგ წაშალოთ 15 და 59.